COMPLEJO EDUCATIVO “SAN FRANCISCO” GUIA DE CIENCIAS FISICAS
Profesor: José Miguel Molina Morales Primer Año General ______
Segundo Periodo

CINEMÁTICA:

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Es un movimiento en el cual las variaciones de velocidad son proporcionales a los tiempos en los cuales varía dicha velocidad, es decir, a tiempos iguales, la velocidad experimenta variaciones iguales.

Si la velocidad aumenta en el transcurso del tiempo, el movimiento es ***acelerado***; si en cambio disminuye, el movimiento es ***retardado***.

Aceleración

Es un parámetro que representa la variación de la velocidad en la unidad de tiempo.

$$a = \Delta v / \Delta t \Rightarrow a = (v_2 - v_1)/(t_2 - t_1), \text{ si } t_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\mathbf{a = (v_2 - v_1) / t}$$

Donde t representa el tiempo en el cual la velocidad cambió desde el valor v_1 al valor v_2.

Unidades de aceleración:
Se obtienen al dividir las unidades de velocidad por la unidad de tiempo,

$$\mathbf{[a] = [\ v\ ] / [\ t\ ] = (m/seg). / seg. = m/seg^2}$$

Veamos un ejemplo: un automóvil que circula por una ruta a 100 km/h acelera hasta 130 km/h en 10 segundos. ¿Cuánto vale la aceleración?

$$\left.\begin{array}{l} v_1 = 100 \text{ km/h} : 3.6 = 27.78 \text{ m/s} \\ v_2 = 130 \text{ km/h} : 3.6 = 36.11 \text{ m/s} \end{array}\right\} \Rightarrow a = (36.11 \text{ m/s} - 27.78 \text{ m/s}) / 10 \text{ seg} = 0.833 \text{ m/seg}^2$$

$t = 10$ seg.

Esto significa que la velocidad aumentó en 0.833 m/s en cada segundo.

Signos de la aceleración:
La aceleración puede ser positiva o negativa según los valores de ambas velocidades,

- Si $v_2 > v_1 \Rightarrow a > 0$ (positiva) $\longrightarrow$ el movimiento es acelerado (va más rápido).
- Si $v_2 < v_1 \Rightarrow a < 0$ (negativa) $\longrightarrow$ el movimiento es retardado (está frenando).

Velocidad inicial (v_o)
Es la velocidad del móvil a tiempo t = 0, es decir, al inicio del movimiento.

Velocidad final (v_f)
Es la velocidad a un instante t distinta de cero.

$$V(t) = v_o + a \cdot t$$

Si t = 8 seg, se obtiene la velocidad instantánea del móvil al finalizar el octavo segundo.

Leyes del Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

- **1ª Ley:** la variación de velocidad es proporcional al tiempo.

$$\Delta v = a \cdot t \quad \Longrightarrow \quad v_f - v_o = a.t$$

- **2ª Ley:** el espacio recorrido es proporcional al cuadrado del tiempo empleado en recorrerlo.

$$X = v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2} a \cdot t^2$$

Ecuación General del MRUV

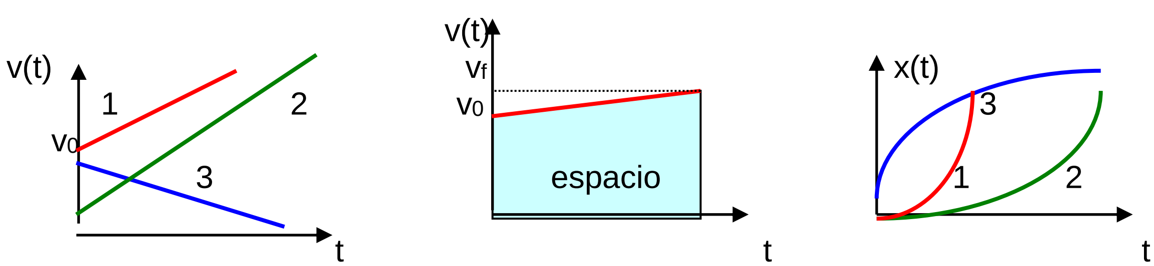
Esta ecuación representa la posición de un móvil con movimiento rectilíneo uniformemente variado a cualquier tiempo t y es particularmente útil para resolver problemas de encuentro de móviles.

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2} a \cdot t^2$$

donde x(t) es la posición del móvil al tiempo t, x_o es la posición a tiempo cero (posición inicial), v_0 representa la velocidad inicial y a la aceleración. La diferencia X(t) - Xo representa el espacio recorrido por el móvil.

Representación Gráfica

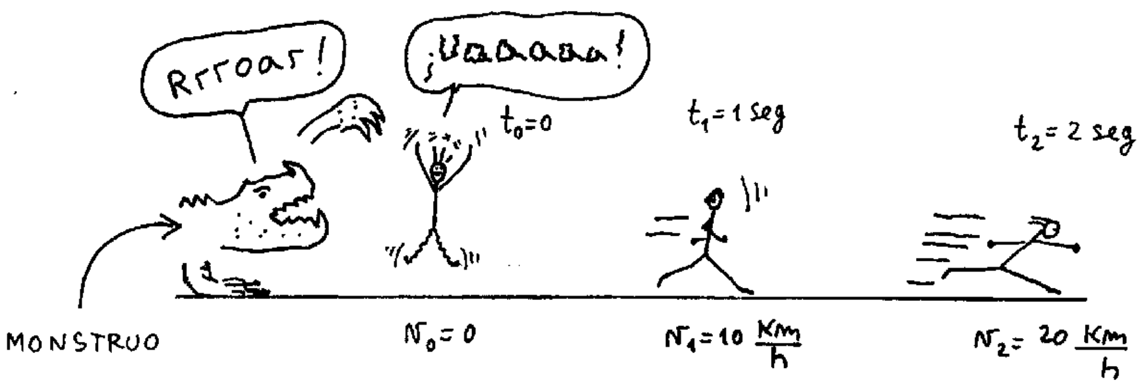
Veremos a continuación que tipos de gráficos se obtienen al representar las leyes de este movimiento y la ecuación general:



Referencias: 1- Movimiento acelerado con velocidad inicial
2- Movimiento acelerado sin velocidad inicial (a partir del reposo)
3- Movimiento retardado (obviamente con velocidad inicial)

Supone un coche que está quieto y arranca. Cada vez se mueve más rápido.
Primero se mueve a 10 por hora, después a 20 por hora, después a 30 por hora y así siguiendo.
Su velocidad va cambiando (varía). Esto vendría a ser un movimiento variado. Entonces, ¿ cuándo uno tiene un movimiento variado ?.
R/: cuando la velocidad cambia.(varía).

Ahora, decimos que un movimiento es **uniformemente** variado si la velocidad ***cambia lo mismo en cada segundo que pasa***. Mirá el dibujito :



En el ejemplo éste, cuando el tipo ve al monstruo se pone a correr. Después de 1 segundo su velocidad es de 10 Km/h y después de 2 segundos es de 20 Km/h.
Es decir, su velocidad está aumentando, de manera **uniforme**, a razón de *10 Km/h* por cada segundo que pasa.
Atención: Acá en física, la palabra uniforme significa "Siempre igual, siempre lo mismo, siempre de la misma manera ".
Digo entonces que el movimiento del tipo es uniformemente variado aumentando $\Delta v = 10$ Km/h en cada $\Delta t = 1$ seg.

ACELERACIÓN (Atento)

El concepto de aceleración es muy importante. Es la base para poder entender bienbien MRUV y también otras cosas como caída libre y tiro vertical.
Pero no es difícil. Ya tienes una idea del asunto porque la palabra aceleración también se usa en la vida diaria.
De todas maneras lee con atención lo que sigue y lo vas a entender mejor.

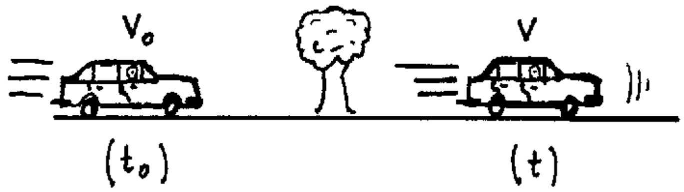
En el ejemplo, el tipo pasa de *0 á 10 Km/h* en *1 seg*. Pero podría haber pasado de *0 á 10 Km/h* en un año. En ese caso estaría acelerando más despacio. Digo entonces que la aceleración es la rapidez con la que está cambiando la velocidad.
Más rápido aumenta (o disminuye) la velocidad, mayor es la aceleración.
Digamos que la aceleración vendría a ser una medida de la ***brusquedad*** del cambio de la velocidad.

Para tener entonces algo que me indique qué tan rápido está cambiando la velocidad, divido ese cambio de velocidad ΔV por el tiempo Δt que tardó en producirse.

Es decir :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad \leftarrow \quad \text{Definición de aceleración}$$

Supone un auto que tiene una velocidad V_0 en t_0 y otra velocidad V al tiempo t:



En ese caso la aceleración del tipo va a ser:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} \qquad \leftarrow \quad \text{Así se calcula la aceleración}$$

Una cosa. Fijate por favor que cuando en física se habla de aceleración, hablamos de aumentar **<u>o disminuir</u>** la velocidad. Lo que importa es que la velocidad **<u>CAMBIE</u>**. (Varié).
Para la física, un auto que está frenando <u>tiene aceleración</u>.
Atención porque en la vida diaria no se usa así la palabra aceleración. Por eso algunos chicos se confunden y dicen: Pará, pará, hermano.
¿Cómo puede estar acelerando un auto que va cada vez más despacio ?
Vamos a un ejemplo.
<u>EJEMPLO DE MRUV</u>

> Un coche que se mueve con MRUV tiene en un determinado momento una velocidad de 30 m/s y, 10 segundos después, una velocidad de 40 m/s. Calcular su aceleración.

Para calcular lo que me piden aplico la definición anterior: $a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$.

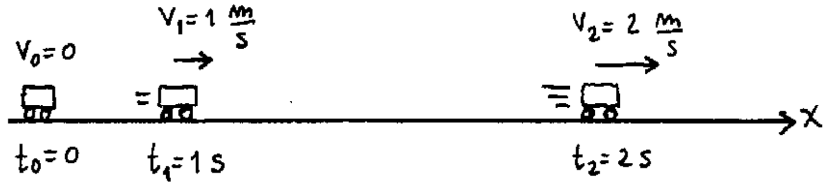
$$a = \frac{40\ m/s - 30\ m/s}{10\ seg} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{10\ m/s}{10\ seg}$$

$$\Rightarrow a = 1\ m/s^2 \leftarrow \text{Aceleración del tipo.}$$

Fijate que el resultado dio en *m/s²*. Éstas son las unidades en las que se mide la aceleración. Es decir, metro dividido segundo cuadrado o cualquier otra unidad de longitud dividida por una unidad de tiempo al cuadrado (como *Km/h²*).
¿ Qué significa esto de "*1 m/s²* " ?. Bueno, *1 m/s²* lo puedo escribir como:

$$\frac{1\ m/s\}}{1\ s\}} \quad \begin{array}{l}\text{Variación de velocidad.}\\ \text{Intervalo de tiempo.}\end{array}$$

Esto último se lee así: La aceleración de este coche es tal que su velocidad aumenta 1 metro por segundo, <u>en cada segundo que pasa</u> (Atención !).
Un esquema de la situación sería éste:



De acá quiero que veas algo importante: Al tener ya una idea de lo que es la aceleración puedo decir que la característica del movimiento uniformemente variado es, justamente, que ***tiene aceleración constante***.
Otra manera de decir lo mismo (y esto se ve en el dibujito) es decir que en el MRUV la velocidad aumenta todo el tiempo (o disminuye todo el tiempo) y ese aumento (o disminución) es <u>LINEAL CON EL TIEMPO</u>.

SIGNO DE LA ACELERACIÓN:

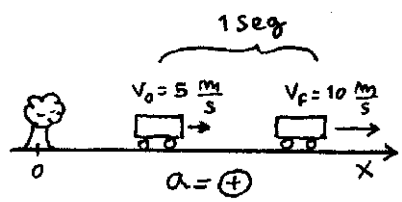
La aceleración que tiene un objeto que se mueve puede ser (**+**) o (**-**). Esto depende de 2 cosas:

1 – De si el tipo se está moviendo cada vez más rápido o cada vez más despacio.
2 – De si se está moviendo en el mismo sentido del eje **x** o al revés.

Esto quiero que lo veas con un ejemplo numérico. Voy a suponer que en todos los casos el Δt es de 1 segundo y saco el signo de la aceleración de : $a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$.

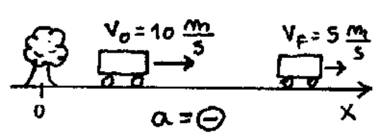
Veamos :

① EL TIPO SE MUEVE CADA VEZ MÁS RÁPIDO EN SENTIDO DEL EJE X.



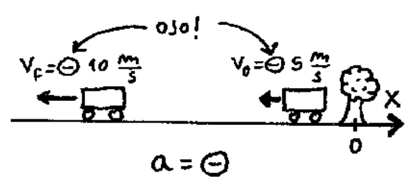
$a = \frac{(10 - 5)\ m/s}{1\ seg} \Rightarrow a = \oplus 5 \frac{m}{s^2}$

② EL TIPO SE MUEVE CADA VEZ MÁS DESPACIO EN EL SENTIDO DEL EJE X.



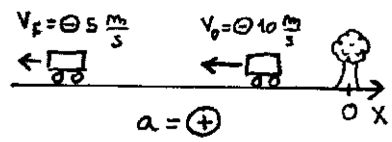
$a = \frac{(5 - 10)\ m/s}{1\ seg} \Rightarrow a = \ominus 5 \frac{m}{s^2}$

③ EL TIPO VA CADA VEZ MÁS RÁPIDO PERO AL REVÉS DEL EJE X.



$a = \frac{[-10 - (-5)]\ m/s}{1\ seg} \Rightarrow a = \ominus 5 \frac{m}{s^2}$

④ EL TIPO VA CADA VEZ MÁS DESPACIO AL REVES DE COMO VA EL EJE X.



$a = \frac{[-5 - (-10)]\ m/s}{1\ seg} \Rightarrow a = \oplus 5 \frac{m}{s^2}$

Estos son los 4 casos posibles. Más no hay. La conclusión que sacamos de acá es que hay que tener cuidado con el signo de la aceleración al hacer los problemas.

La cosa que se suelen decir: Bueno, no es tan difícil. Si el tipo va cada vez más rápido, su aceleración va a ser positiva y si va cada vez más despacio, su aceleración va a ser negativa.
Hummmmm.... ¡ Cuidado !.
Esto vale solamente si el tipo se mueve en el sentido positivo del eje **x.** (casos 1 y 2).
Pero si el tipo va para el otro lado, los signos son exactamente al revés.(casos 3 y 4).
No lo tomes a mal. Esto no lo inventé yo ni lo inventaron ellos, esto simplemente sale de reemplazar los valores de las velocidades en la ecuación: $a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$.

ECUACIONES HORARIAS Y GRÁFICOS EN EL MRUV

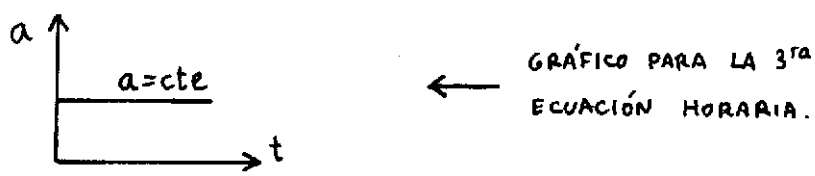
Las ecuaciones horarias son siempre las de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo. Quiero que entiendan cómo surge cada una en el MRUV.
Voy a empezar de atrás para adelante porque así es más fácil de entender.

3ª Ecuación horaria ($a = f_{(t)}$)

La característica fundamental de un movimiento uniformemente variado es que la aceleración es constante. No cambia. Siempre es igual. Siempre vale lo mismo.
Esto puesto en forma matemática sería:

$$a = cte \qquad \leftarrow 3^{ra} \text{ Ecuación horaria}$$

El gráfico correspondiente es una recta paralela al eje horizontal. O sea, algo así:



2ª Ecuación horaria ($V = f_{(t)}$)

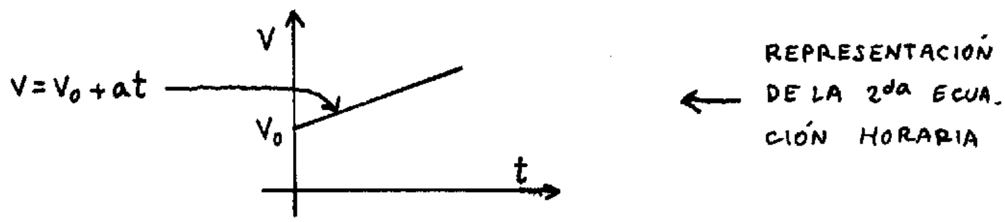
Otra manera de decir que la aceleración es constante es decir que la velocidad aumenta (o disminuye) linealmente con el tiempo. Esto sale de la definición de aceleración, que era:

$$a = \frac{v_f - v_0}{t - t_0}.$$

Tonces, si despejo : $V_f - V_0 = a\,(t - t_0)$ ==> $V_f = V_0 + a\,(t - t_0)$
Casi siempre "te cero" vale cero. Entonces la ecuación de la velocidad queda así

$$\boxed{V_f = V_0 + a\,.\,t} \qquad \longleftarrow \mathbf{2^{da}\ Ecuación\ horaria}$$

Esto es la ecuación de una recta. Tiene la forma y = eme equis + be.($Y = m X + b$). La representación es así:



Por ejemplo, una 2ª ecuación horaria típica podría ser: $V_f = 10 \frac{m}{s} + 2 \frac{m}{s^2} t$

El tipo que se moviera siguiendo esta expresión habría salido con una velocidad inicial de 10 m/s y tendría una aceleración de 2 m /s ^{2}.

1ra Ecuación horaria ($x = f_{(t)}$)

Esta es la ecuación importante y es la que hay que saber bien. La ecuación de la posición en función del tiempo para el movimiento uniformemente variado es ésta:

$$\boxed{X = X_0 + V_0\, t + \tfrac{1}{2}\, a\, t^2} \leftarrow \textbf{ 1ra Ecuación horaria.}$$

Prefiero no explicarte la deducción de esta ecuación porque es un poco largo.
(Lo veremos en la clases ok). Lo que sí quiero que veas es que es la ecuación de una Parábola. Fíjate:

$$\begin{array}{ccccccccccc} x & = & x_0 & + & v_0 & . t & + & \underline{\underline{\tfrac{1}{2}}}\, a & . & t^2 \\ \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\ y & = & c & + & b & \cdot x & + & a & . & x^2 \end{array} \Leftarrow$$

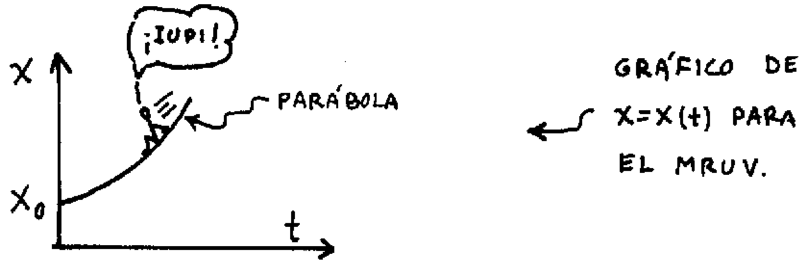
VER LA CORRESPONDEN-
CIA DE CADA TÉRMINO

Cada término de la ecuación $X = X_0 + V_0\, t + \frac{1}{2}\, a\, t^2$ tiene su equivalente en la expresión $Y = a X^2 + b X + C$. La expresión completa-completa de la 1ª ecuación horaria vendría a ser en realidad lo siguiente:

$$x = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \tfrac{1}{2} a \cdot (t - t_0)^2$$

Pero así escrita con ($t-t_0$) se usa poco en los problemas. Esto es porque casi siempre en los problemas t_0 vale <u>cero</u>.
Yo siempre voy a usar la ecuación con t, salvo que en algún ejercicio tenga que usar obligatoriamente ($t-t_0$).

La representación de la posición en función del tiempo es esta:

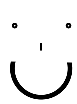


Este dibujito lindo quiere decir muchas cosas. Como alumno lo interpretaría así:

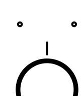
> "Es un gráfico muy importante que representa la variación de la posición en función del tiempo para un movimiento uniformemente variado. Este gráfico nos da nada más ni nada menos que la posición del móvil para cualquier instante t. De esta manera tenemos el movimiento completamente descripto desde el punto de vista cinemático. Este "dibujito lindo" es la representación gráfica de la función $X = X_0 + V_0\, t + \frac{1}{2}\, a\, t^2$.
>
> Esta función no es cualquier cosa. No señor. Es una ecuación cuadrática. (t está al cuadrado).
>
> Esto es importante porque me da una característica fundamental del movimiento uniformemente variado.
>
> **"EN EL MRUV LA POSICIÓN VARÍA CON EL CUADRADO DEL TIEMPO. $X = f(t^2)$. EQUIS DEPENDE DE t CUADRADO."**

¿ Lo ven ?. ¿ Lo entendienden ? Es como chatear en el facebook , ja ja
Les decía entonces que la representación gráfica de $X = X_0 + V_0\, t + \frac{1}{2}\, a\, t^2$ da una parábola. Esta parábola puede dar para derecha, para la izquierda, muy cerrada, muy abierta. Eso va a depender de los valores de *equis cero*, de V*e cero* y de *a*. Ahora, el hecho de que la parábola vaya para arriba o para abajo depende <u>ÚNICAMENTE</u> del signo de la aceleración. Si ***a*** es **(+)** , irá para arriba ($\cup$). Si ***a*** es **(-)** , irá para abajo ($\cap$).

Esto lo puedes recordar de la siguiente manera:

a = **+** 

La parábola
positiva
está contenta.

a = **-** 

La parábola
negativa
está triste.

<u>Conclusión</u>: Hay que ser positivo en la vida !.

No. Conclusión: mira el siguiente ejemplo a ver si lo entiendes mejor:

<u>Ejemplo</u>. Supongamos que tengo esta ecuación horaria para algo que se mueve con MRUV :

$$X = 4\,m + 1\,\frac{m}{s}\,.t + 2\,\frac{m}{s^2}\,.t^2$$

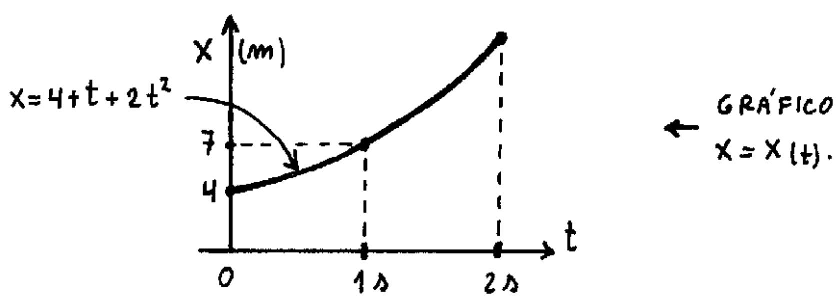
Este sería el caso de algo que salió de la posición inicial 4 m con una velocidad de 1 m/s y una aceleración de **<u>4 m/ s²</u>**.

Para saber cómo es el gráfico le voy dando valores a t y voy sacando los valores de x. Es decir, voy haciendo las cuentas y voy armando una tablita.

x [m]	**t [seg]**
4	**0**
7	**1**
14	**2**

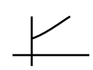
← TABLA CON LOS VALORES DE LAS POSICIONES Y LOS TIEMPOS.

Ahora represento esto y me da una cosa así:

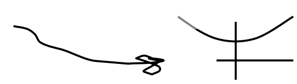


Este gráfico es la representación de la 1ª ecuación horaria.
Me gustaría que notaras dos cosas:

1) -La parábola va para arriba (∪) porque <u>a</u> es positiva.

2) -Aunque uno vea sólo un arco así →  esto es una parábola.

La parte que falta estaría a la izquierda y no la dibujé.
La podría representar si le diera valores negativos a *t* (como –1 seg, -2 seg, etc). En ese caso el asunto daría así:



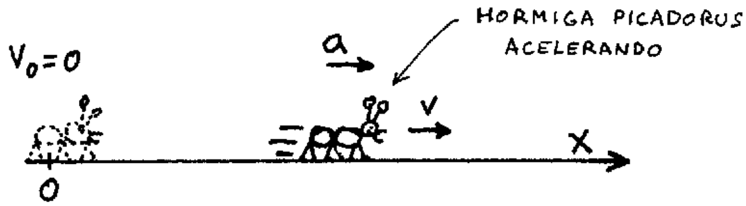
UN EJEMPLO DE MRUV

Una hormiga picadorus sale de la posición $X_0 = 0$ y comienza a moverse con aceleración a = 2 m/s2 .($V_0 = 0$).

a)- Escribir las ecuaciones horarias.

b)- Hacer los gráficos x(t), v(t) y a(t).

Tenemos un esquema de lo que pasa y tomamos un sistema de referencia:



Las ecuaciones horarias para una cosa que se mueve con movimiento rectilíneo uniformemente variado son:

$$\begin{cases} x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ v_f = v_0 + a \cdot t \\ a = cte \end{cases} \Leftarrow$$

ECUACIONES HORARIAS ESCRITAS EN FORMA GENERAL.

x_0 y v_0 valen cero. Reemplazando por los otros datos el asunto queda así:

$$\begin{cases} x = 0 + 0 \cdot t + \frac{1}{2} 2 \frac{m}{s^2} \cdot t^2 \\ v_f = 0 + 2 \frac{m}{s^2} \cdot t \\ a = 2 \frac{m}{s^2} = cte \end{cases} \leftarrow$$

Ecuaciones horarias para la hormiga

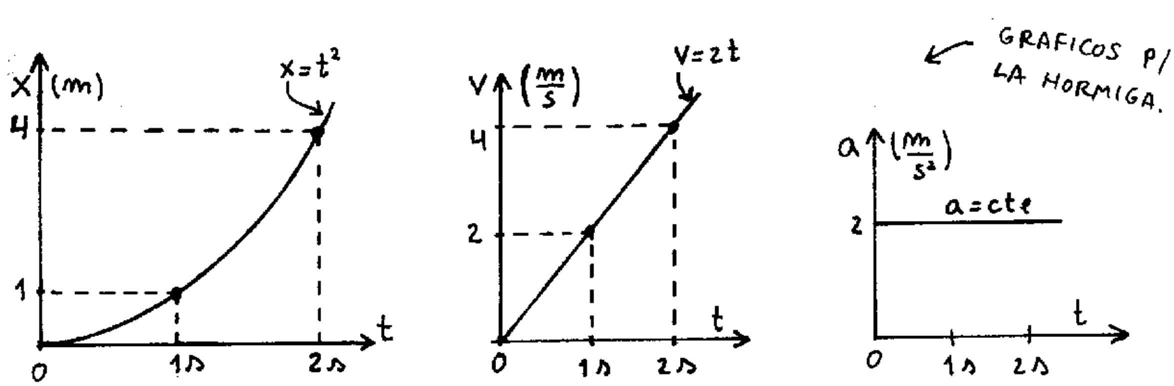
Ahora, dando valores a t sacamos los valores de *equis* y de *v*. Con estos valores hacemos estas tablas:

X	t
0	0
1 m	1 s
4 m	2 s

V	t
0	0
2 m/s	1 s
4 m/s	2 s

a	t
$2m/s^2$	0
$2m/s^2$	1 s
$2m/s^2$	2 s

Teniendo las tablas puedo representar las ecuaciones horarias.



ECUACIÓN COMPLEMENTARIA

Hay una fórmula más que se usa a veces para resolver los problemas. La suelen llamar ecuación complementaria. La fórmula es ésta:

$$\boxed{v_f^2 - v_0^2 = 2a \cdot (x_f - x_0)} \leftarrow \text{Ecuación complementaria.}$$

Esta ecuación vendría a ser una mezcla entre la 1ra y la 2da ecuación horaria.
La deducción de esta ecuación es un poco larga. Pero te puedo explicar de dónde sale. Fijate:
Escribo las 2 primeras ecuaciones horarias. Despejo *t* de la 2ª y lo reemplazo en la 1ª.

$$\begin{cases} x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\, a \cdot t^2 \\ v_f = v_0 + a \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \dfrac{v_f - v_0}{a} \end{cases}$$

REEMPLAZO

Primero: La ecuación complementaria **NO** es una ecuación horaria. En ella no aparece el tiempo.

Segundo: Esta fórmula no es una ecuación nueva. Es mezcla de las otras dos (de la 1ª y la 2ª).

Tercero: Nunca es imprescindible usar la ecuación complementaria para resolver un problema. **Todo** problema de MRUV puede resolverse usando solamente la 1ª y la 2ª ecuación horaria.

Lo que tiene de bueno la expresión $V_f^2 - V_0^2 = 2\,a\,(X_f - X_0)$ es que facilita las cuentas cuando uno tiene que resolver un problema en donde el tiempo ***no es dato***. Eso es todo.

Ejemplo: En el problema anterior, calcular la velocidad que tiene la hormiga picadorus después de recorrer 1 m.

Usando la ecuación complementaria:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2\,a\,.\left(x_f - x_0\right)$$

$$\Rightarrow \quad v_f^2 - 0 = 2\,.\,2\,\frac{m}{s^2}\,.(1\,m - 0\,)$$

$$\Rightarrow \boxed{V_f = 2\,m/s} \quad \Leftarrow \quad \text{VELOCIDAD FINAL}$$

Ahora sin usar la ecuación complementaria: Escribo las ec horarias.

De la 2ª ecuación horaria:

$$v_f = v_0 + a \cdot t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_f - \overbrace{v_0}^{0}}{a}$$

$$\Rightarrow \; t = \frac{v_f}{2\,m/s} \quad \leftarrow$$ Tiempo que tardó la picadorus en recorrer 1 m

La 1ª ec. horaria era:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2}\, a \cdot t^2 \quad \Rightarrow \quad 1m = 0 + 0 \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot 2\,\frac{m}{s^2} \cdot t^2$$

Reemplazando t por $\dfrac{v_f}{2\,m/s^2}$:

$$1m = \frac{1}{2} \cdot 2\,\frac{m}{s^2} \cdot \left(\frac{v_f}{2\,m/s^2} \right)^2$$

$$\Rightarrow \quad 1m = \frac{m}{s^2} \cdot \frac{s^4}{m^2} \cdot \frac{v_f^{\,2}}{4} \quad \Rightarrow \quad v_f = 2\,m/s \quad \text{(verifica)}$$